УДК 535.8; 537.9; 539.33

В. Д. Кревчик, А. В. Разумов, П. С. Будянский

ДИАМАГНЕТИЗМ ДВУХЭЛЕКТРОННЫХ ПРИМЕСНЫХ ЦЕНТРОВ В ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ КВАНТОВЫХ ТОЧКАХ

Аннотация.

Актуальность и цели. Большое количество примесных центров в полупроводниках может обладать в связанном состоянии не одним, а двумя электронами. Магнитный момент таких примесных центров, обусловливающий парамагнетизм, равен нулю. В этой связи двухэлектронные примесные центры могут обладать лишь диамагнитными свойствами, исследование которых позволяет получить ценную информацию о характере изменения тонкой структуры полупроводника в зависимости от изменения содержания в нем двухэлектронной примеси. Интерес к исследованию магнитных свойств квантовых точек с двухэлектронными примесными центрами обусловлен прежде всего новой физической ситуацией, связанной с квантовым размерным эффектом. С практической точки зрения такие системы могут быть использованы при разработке кубитов, а также лазерных структур на примесных переходах. Целью данной работы является теоретическое исследование особенностей диамагнитной восприимчивости нейтрального двухэлектронного примесного центра в квантовой точке, связанных с размерным квантованием. Проводится сравнение полученных результатов со случаем диамагнитной восприимчивости одноэлектронного D^--центра в квантовой точке, а также со случаем нейтрального примесного центра в объемном полупроводнике.

Материалы и методы. Теоретические расчеты диамагнитной восприимчивости выполнены для случая InSb квантовой точки. На основе двухэлектронной модели примесного центра, потенциал которого представляет собой потенциал нулевого радиуса, проведен вариационный расчет энергии основного состояния примеси в сферической квантовой точке. Второй потенциал ионизации, определяющий энергию основного состояния такого примесного центра в квантовой точке, принимался в качестве эмпирического параметра. Диамагнитная восприимчивость двухэлектронного примесного центра рассчитывалась по формуле Ланжевена – Паули.

Результаты. Показано, что диамагнитная восприимчивость нейтрального примесного центра в квантовой точке меньше соответствующей величины в объемном полупроводнике. При этом с уменьшением второго потенциала ионизации их отношение медленно возрастает, а с ростом радиуса квантовой точки – стремится к единице. Установлено, что величина диамагнитной восприимчивости нейтрального двухэлектронного примесного центра в квантовой точке в несколько раз больше, чем величина диамагнитной восприимчивости одноэлектронного D^--центра и с ростом радиуса квантовой точки это различие усиливается. Найдено, что величина диамагнитной восприимчивости достаточно быстро убывает при переходе к более глубоким примесным центрам.

Выводы. Наличие квантового размерного эффекта приводит к уменьшению диамагнитной восприимчивости как одноэлектронных, так и двухэлектронных

примесных центров при переходе *объемный полупроводник – квантовая точка*. В квантовых точках, характерный размер которых превышает боровский радиус экситона, вклад двухэлектронных примесных центров в диамагнитную восприимчивость может быть значительным.

Ключевые слова: двухэлектронные примесные центры, потенциал ионизации, диамагнитная восприимчивость, квантовая точка.

V. D. Krevchik, A. V. Razumov, P. S. Budyanskiy

DIAMAGNETISM OF DIELECTRONIC IMPURITY CENTERS IN SEMICONDUCTOR QUANTUM DOTS

Abstract.

Background. A large number of impurity centers in semiconductors may possess not one, but two electrons in the bound state. The magnetic moment of such impurity centers, causing paramagnetism, equals to zero. In this connection the dielectronic impurity centers may possess only diamagnetic properties, researching of which allows to obtain valuable information on the pattern of semiconductor's structural changes depending on changes in the content of the dielectronic impurity therein. The interest to invrstigation of magnetic properties of quantum dots with dielectronic impurity centers is caused, first of all, by a new physical situation, associated with quantum size effect. From the practical point of view, such systems may be used in development of qubits and lazer structures on impurity transitions. The aim of the work is to theoretically investigate the features of diamagnetic susceptibility of a neutral dielectronic impurity center in a quantum dot, associated with size quantizetion. The authors compare the obtained results with a case of diamagnetic susceptibility of the one-electron D^--center in a quantum dot, as well as with a case of a neutral impurity center in a bulk semiconductor.

Materials and methods. Theoretical claculations of diamagnetic susceptibility were carried out for a case of the InSb quantum dot. On the basis of the two-electron model of the impurity center, the potential of which appears to be a zero radius potential, the authors conducted a variation calculation of the energy of the impurity's main condition in a spherical quantum dot. The second potential of ionization, determining the energy of the main condition of such an impurity center in a quantum dot, was considered as an empirical parameter. Diamagnetic susceptibility of the two-electron impurity center was calculated by the Langevin-Pauli formula.

Results. It is shown that the diamagnetic susceptibility of a neutral impurity center in a quantum dot is lower the corresponding value in a bulk semiconductor. Herewith, with the decrease of the second potential of ionization their relation slowly increases, and with the increase of the quantum dot radius it tends to unity. It is revealed that the value of diamagnetic susceptibility of the two-electron impurity center in a quantum dot is vereal times greater than the value of diamagnetic susceptibility of the one-electron D^--center, and with the increase of the quantum dot radius this difference becomes stronger. It is found that the diamagnetic susceptibility quite rapidly fades away at transition to deeper impurity centers.

Conclusions. The presence of the quantum size effect leads to the decrease of diamagnetic susceptibility of both one-electron and two-electron impurity centers at the transition "bulk semiconductor-quantum dot". In quantum dots, the typical size of which exceeds the exciton's Bohr radius, the contribution of two-electron impurity centers into diamagnetic susceptibility may be significant.

Key words: two-electron impurity centers, ionization potential, diamagnetic susceptibility, quantum dot.

Введение

Диамагнитная восприимчивость (ДВ) для двухэлектронных заряженных глубоких примесных центров (ПЦ) была рассчитана в работе [1] для случая объемного полупроводника в рамках модели короткодействующего потенциала. Была выявлена высокая чувствительность ДВ к величине второго потенциала ионизации [1]. В случае квантовых ям ДВ одноэлектронных D^--центров теоретически исследовалась в работе [2], где было показано, что за счет более жесткого критерия перекрытия электронных орбит ДВ D^--центров в квантовой яме может значительно превосходить соответствующую величину в объемном полупроводнике. Интерес к исследованию ДВ двухэлектронных ПЦ в квантовых точках (КТ) обусловлен прежде всего новой физической ситуацией, связанной с квантовым размерным эффектом.

С практической точки зрения такие системы могут быть использованы при разработке кубитов, а также лазерных структур на примесных переходах. Целью данной работы является теоретическое исследование особенностей ДВ нейтрального двухэлектронного ПЦ в КТ, связанных с размерным квантованием. Проводится сравнение полученных результатов со случаем ДВ одноэлектронного D^--центра в КТ, а также со случаем нейтрального ПЦ в объемном полупроводнике.

Расчет диамагнитной восприимчивости двухэлектронного примесного центра в полупроводниковой квантовой точке

Удерживающий потенциал КТ описывался в рамках модели «жестких стенок». На основе двухэлектронной модели ПЦ, потенциал которого представляет собой потенциал нулевого радиуса, нами ранее [3] проведен вариационный расчет энергии основного состояния нейтральной донорной примеси в сферической КТ. Второй потенциал ионизации E_2, входящий в параметр $\eta = \sqrt{E_d / |E_2|}$ (E_d – эффективная боровская энергия) и определяющий энергию основного состояния такого ПЦ после удаления одного электрона, принимался в качестве эмпирического параметра, заменяющего недостающую информацию о потенциале нулевого радиуса [4]. В работе [3] было получено выражение для энергии основного состояния двухэлектронного ПЦ в КТ, которое может быть записано через экстремальное значение величины $\tilde{\eta}$ в виде

$$\varepsilon\left(R_0^*\right) = -\frac{2^6 \tilde{\eta}^{-2} \pi^2 E_d}{\mathrm{sh}^4\left(R_0^* \tilde{\eta}^{-1}\right)\left(\mathrm{th}\left(R_0^* \tilde{\eta}^{-1}\right) - R_0^* \tilde{\eta}^{-1}\,\mathrm{csch}\left(R_0^* \tilde{\eta}^{-1}\right)\right)^2} \times$$

$$\times\left\{2^{-4}\left(2\tilde{\eta}^{-1}R_0^* - \mathrm{sh}\left(2\tilde{\eta}^{-1}R_0^*\right)\right)^2 + \frac{\tilde{\eta}}{2^3} \times\right.$$

$$\times\left[-4\tilde{\eta}^{-1}R_0^* - 8\,\mathrm{ch}^3\left(\tilde{\eta}^{-1}R_0^*\right)\mathrm{sh}\left(\tilde{\eta}^{-1}R_0^*\right)\mathrm{Chi}\left(2\tilde{\eta}^{-1}R_0^*\right) + 2\ln\left(2\exp(1+C)\tilde{\eta}^{-1}R_0^*\right)\times\right.$$

$$\left.\times\mathrm{sh}\left(2\tilde{\eta}^{-1}R_0^*\right) + \left(\mathrm{Chi}\left(4\tilde{\eta}^{-1}R_0^*\right) - \ln(2)\right)\mathrm{sh}\left(4\tilde{\eta}^{-1}R_0^*\right) - \mathrm{Shi}\left(2\tilde{\eta}^{-1}R_0^*\right)\times\right.$$

$$\left(1-2\mathrm{ch}\left(2\tilde{\eta}^{-1}R_0^*\right)-\mathrm{ch}\left(4\tilde{\eta}^{-1}R_0^*\right)\right)+\mathrm{ch}\left(4\tilde{\eta}^{-1}R_0^*\right)\mathrm{Shi}\left(4\tilde{\eta}^{-1}R_0^*\right)\Big]\Big\}, \qquad (1)$$

здесь C – постоянная Эйлера; $R_0^* = R_0/a_d$; R_0 – радиус КТ; $\mathrm{Chi}(x)$ и $\mathrm{Shi}(x)$ – гиперболические интегральные косинус и синус соответственно; a_d – эффективный боровский радиус.

Диамагнитная восприимчивость двухэлектронного ПЦ в полупроводниковой КТ может быть вычислена по формуле Ланжевена – Паули [5]:

$$\chi_{q2} = -\frac{N_d e^2 a_d^2}{6m^* c^2}\left(\overline{\mathbf{r}_1^{*2}} + \overline{\mathbf{r}_2^{*2}}\right), \qquad (2)$$

где e – заряд электрона; m^* – эффективная масса электрона; c – скорость света в вакууме; $N_d = 1/V$, V – объем КТ; $r_i^* = r_i/a_d$, r_i – координаты электронов ($i = 1,2$).

Задача вычисления ДВ сводится к расчету следующих интегралов:

$$\overline{\mathbf{r}_1^{*2}} + \overline{\mathbf{r}_2^{*2}} = \iint \Psi^*\left(r_1^*, r_2^*\right)\left(r_1^{*2} + r_2^{*2}\right)\Psi\left(r_1^*, r_2^*\right)d\mathbf{r}_1^* d\mathbf{r}_2^* . \qquad (3)$$

Пробная двухэлектронная волновая функция $\Psi\left(r_1^*, r_2^*\right)$ имеет вид [3]:

$$\Psi\left(r_1^*, r_2^*\right) = \Psi\left(r_1^*\right)\Psi\left(r_2^*\right). \qquad (4)$$

Для расчета ДВ используются одноэлектронные волновые функции в (4), записанные через экстремальное значение вариационного параметра $\tilde{\eta}$:

$$\Psi\left(r_i^*\right) = \frac{\tilde{B}}{r_i^*}\begin{cases} \dfrac{\mathrm{sh}\left(R_0^*\tilde{\eta}^{-1} - \rho_d\tilde{\eta}^{-1}\right)}{sh\left(R_0^*\tilde{\eta}^{-1}\right)}\dfrac{\sin\left(\tilde{\chi}_0 r_i^*\right)}{\sin\left(\tilde{\chi}_0\rho_d\right)}, & r_i^* \le \rho_d, \\ \dfrac{\mathrm{sh}\left(R_0^*\tilde{\eta}^{-1} - r_i^*\tilde{\eta}^{-1}\right)}{\mathrm{sh}\left(R_0^*\tilde{\eta}^{-1}\right)}, & r_i^* \ge \rho_d, \end{cases} \qquad (5)$$

здесь $\tilde{B} = \sqrt{2\tilde{\eta}^{-1}\Big/\left(\mathrm{th}\left(R_0^*\tilde{\eta}^{-1}\right) - R_0^*\tilde{\eta}^{-1}\mathrm{csch}\left(R_0^*\tilde{\eta}^{-1}\right)\right)}$; $\tilde{\chi}_0 = \sqrt{V_0^* - \tilde{\eta}^{-2}}$;

$V_0^* = V_0/E_d$; $\mathrm{csch}(z)$ – гиперболический косеканс.

В результате (4) с учетом (1), (3) и (5) запишется в виде

$$\Psi\left(r_1^*, r_2^*\right) = \frac{\tilde{B}^2}{r_1^* r_2^*}\begin{cases} \dfrac{\mathrm{sh}^2\left(R_0^*\tilde{\eta}^{-1} - \rho_d\tilde{\eta}^{-1}\right)}{\mathrm{sh}^2\left(R_0^*\tilde{\eta}^{-1}\right)}\dfrac{\sin\left(\tilde{\chi}_0 r_1^*\right)\sin\left(\tilde{\chi}_0 r_1^*\right)}{\sin^2\left(\tilde{\chi}_0\rho_d\right)}, & r_1^*, r_2^* \le \rho_d, \\ \dfrac{\mathrm{sh}\left(R_0^*\tilde{\eta}^{-1} - r_1^*\tilde{\eta}^{-1}\right)\mathrm{sh}\left(R_0^*\tilde{\eta}^{-1} - r_2^*\tilde{\eta}^{-1}\right)}{\mathrm{sh}^2\left(R_0^*\tilde{\eta}^{-1}\right)}, & r_1^*, r_2^* \ge \rho_d. \end{cases} \qquad (6)$$

Тогда для (1) имеем

$$\chi_{q2} = -\frac{N_d e^2 a_d^2}{6m^* c^2} \frac{\tilde{B}^4}{sh^4\left(R_0^* \tilde{\eta}^{-1}\right)} \int_0^{\pi} d\theta_2 \sin\theta_2 \int_0^{2\pi} d\varphi_2 \int_0^{\pi} d\theta_1 \sin\theta_1 \int_0^{2\pi} d\varphi_1 \times$$

$$\times \left[\frac{sh^4\left(R_0^* \tilde{\eta}^{-1} - \rho_d \tilde{\eta}^{-1}\right)}{\sin^4\left(\tilde{\chi}_0 \rho_d\right)} \int_0^{\rho_d} dr_1^* \int_0^{\rho_d} dr_1^* \left(r_1^{*2} + r_2^{*2}\right) \sin^2\left(\tilde{\chi}_0 r_1^*\right) \sin^2\left(\tilde{\chi}_0 r_2^*\right) + \right.$$

$$\left. + \int_{\rho_d}^{R_0^*} dr_1^* \int_{\rho_d}^{R_0^*} dr_2^* \left(r_1^{*2} + r_2^{*2}\right) sh^2\left(R_0^* \tilde{\eta}^{-1} - r_1^* \tilde{\eta}^{-1}\right) sh^2\left(R_0^* \tilde{\eta}^{-1} - r_2^* \tilde{\eta}^{-1}\right) \right]. \qquad (7)$$

Для интегралов в (7) можно записать

$$\int_0^{\rho_d} dr_1^* \int_0^{\rho_d} dr_2^* \left(r_1^{*2} + r_2^{*2}\right) \sin^2\left(\tilde{\chi}_0 r_1^*\right) \sin^2\left(\tilde{\chi}_0 r_2^*\right) = 2^{-5} 3^{-1} \tilde{\chi}_0^{-4} \times$$

$$\times \left[-3 + 6\tilde{\chi}_0^2 \rho_d^2 + 16\tilde{\chi}_0^4 \rho_d^4 - 24\tilde{\chi}_0^2 \rho_d^2 \cos\left(2\tilde{\chi}_0 \rho_d\right) + \left(3 - 6\tilde{\chi}_0^2 \rho_d^2\right) \cos\left(4\tilde{\chi}_0 \rho_d\right) + \right.$$

$$\left. + 12\tilde{\chi}_0 \rho_d \sin\left(2\tilde{\chi}_0 \rho_d\right) - 32\tilde{\chi}_0^3 \rho_d^3 \sin\left(2\tilde{\chi}_0 \rho_d\right) + 6\tilde{\chi}_0 \rho_d \sin\left(4\tilde{\chi}_0 \rho_d\right) \right], \qquad (8)$$

$$\int_{\rho_d}^{R_0^*} dr_1^* \int_{\rho_d}^{R_0^*} dr_2^* \left(r_1^{*2} + r_2^{*2}\right) \mathrm{sh}^2\left(R_0^* \tilde{\eta}^{-1} - r_1^* \tilde{\eta}^{-1}\right) \mathrm{sh}^2\left(R_0^* \tilde{\eta}^{-1} - r_2^* \tilde{\eta}^{-1}\right) = 2^{-5} 3^{-1} \tilde{\eta}^4 \times$$

$$\times \left[-3 + 24R_0^{*2} \tilde{\eta}^{-2} + 16R_0^{*4} \tilde{\eta}^{-4} - 24R_0^* \tilde{\eta}^{-2} \rho_d - 16R_0^{*3} \tilde{\eta}^{-4} \rho_d - 6\tilde{\eta}^{-2} \rho_d^2 - \right.$$

$$- 16R_0^* \tilde{\eta}^{-4} \rho_d^3 + 16\tilde{\eta}^{-4} \rho_d^4 - 24\tilde{\eta}^{-2} \left(R_0^* - \rho_d\right) \rho_d \mathrm{ch}\left(2\tilde{\eta}^{-1}\left(R_0^* - \rho_d\right)\right) + \left(3 + 6\tilde{\eta}^{-2} \rho_d^2\right) \times$$

$$\times \mathrm{ch}\left(4\tilde{\eta}^{-1}\left(R_0^* - \rho_d\right)\right) - 24\tilde{\eta}^{-1} R_0^* \mathrm{sh}\left(2\tilde{\eta}^{-1}\left(R_0^* - \rho_d\right)\right) - 8\tilde{\eta}^{-3} R_0^{*3} \mathrm{sh}\left(2\tilde{\eta}^{-1}\left(R_0^* - \rho_d\right)\right) +$$

$$+ 12\tilde{\eta}^{-1} \rho_d \mathrm{sh}\left(2\tilde{\eta}^{-1}\left(R_0^* - \rho_d\right)\right) - 24\tilde{\eta}^{-3} R_0^* \rho_d^2 sh\left(2\tilde{\eta}^{-1}\left(R_0^* - \rho_d\right)\right) +$$

$$\left. + 32\tilde{\eta}^{-3} \rho_d^3 sh\left(2\tilde{\eta}^{-1}\left(R_0^* - \rho_d\right)\right) + 6\tilde{\eta}^{-1} \rho_d sh\left(4\tilde{\eta}^{-1}\left(R_0^* - \rho_d\right)\right) \right]. \qquad (9)$$

Тогда выражение для ДВ будет иметь вид

$$\chi_{q2} = -\frac{N_d e^2 a_d^2}{3^2 m^* c^2} \frac{\pi^2 \tilde{\eta}^{-2}}{\mathrm{sh}^4\left(R_0^* \tilde{\eta}^{-1}\right)\left(\mathrm{th}\left(R_0^* \tilde{\eta}^{-1}\right) - R_0^* \tilde{\eta}^{-1} \mathrm{csch}\left(R_0^* \tilde{\eta}^{-1}\right)\right)^2} \times$$

$$\times\left\{\frac{\mathrm{sh}^4\left(R_0^*\tilde{\eta}^{-1}-\rho_d\tilde{\eta}^{-1}\right)}{\tilde{\chi}_0^4\sin^4\left(\tilde{\chi}_0\rho_d\right)}\times\left[-3+6\tilde{\chi}_0^2\rho_d^2+16\tilde{\chi}_0^4\rho_d^4-24\tilde{\chi}_0^2\rho_d^2\cos\left(2\tilde{\chi}_0\rho_d\right)+\right.\right.$$

$$+\left(3-6\tilde{\chi}_0^2\rho_d^2\right)\cos\left(4\tilde{\chi}_0\rho_d\right)+12\tilde{\chi}_0\rho_d\sin\left(2\tilde{\chi}_0\rho_d\right)-32\tilde{\chi}_0^3\rho_d^3\sin\left(2\tilde{\chi}_0\rho_d\right)+$$

$$\left.+6\tilde{\chi}_0\rho_d\sin\left(4\tilde{\chi}_0\rho_d\right)\right]+\tilde{\eta}^4\left[-3+24R_0^{*2}\tilde{\eta}^{-2}+16R_0^{*4}\tilde{\eta}^{-4}-24R_0^*\tilde{\eta}^{-2}\rho_d-\right.$$

$$-16R_0^{*3}\tilde{\eta}^{-4}\rho_d-6\tilde{\eta}^{-2}\rho_d^2-16R_0^*\tilde{\eta}^{-4}\rho_d^3+16\tilde{\eta}^{-4}\rho_d^4-24\tilde{\eta}^{-2}\left(R_0^*-\rho_d\right)\times$$

$$\times\rho_d\,\mathrm{ch}\left(2\tilde{\eta}^{-1}\left(R_0^*-\rho_d\right)\right)+\left(3+6\tilde{\eta}^{-2}\rho_d^2\right)\mathrm{ch}\left(4\tilde{\eta}^{-1}\left(R_0^*-\rho_d\right)\right)-$$

$$-24\tilde{\eta}^{-1}R_0^*\mathrm{sh}\left(2\tilde{\eta}^{-1}\left(R_0^*-\rho_d\right)\right)-8\tilde{\eta}^{-3}R_0^{*3}\mathrm{sh}\left(2\tilde{\eta}^{-1}\left(R_0^*-\rho_d\right)\right)+$$

$$+12\tilde{\eta}^{-1}\rho_d\mathrm{sh}\left(2\tilde{\eta}^{-1}\left(R_0^*-\rho_d\right)\right)-24\tilde{\eta}^{-3}R_0^*\rho_d^2\mathrm{sh}\left(2\tilde{\eta}^{-1}\left(R_0^*-\rho_d\right)\right)+$$

$$\left.\left.+32\tilde{\eta}^{-3}\rho_d^3\mathrm{sh}\left(2\tilde{\eta}^{-1}\left(R_0^*-\rho_d\right)\right)+6\tilde{\eta}^{-1}\rho_d\mathrm{sh}\left(4\tilde{\eta}^{-1}\left(R_0^*-\rho_d\right)\right)\right]\right\}. \qquad (10)$$

Выполняя в (10) предельный переход $\rho_d\to 0$ (ρ_d – радиус потенциальной ямы, в которой аппроксимировался короткодействующий потенциал [3]) для ДВ окончательно получим

$$\chi_{q2}=\chi_0\frac{\tilde{\eta}^{-2}}{\mathrm{sh}^4\left(R_0^*\tilde{\eta}^{-1}\right)\left(\mathrm{th}\left(R_0^*\tilde{\eta}^{-1}\right)-R_0^*\tilde{\eta}^{-1}\mathrm{csch}\left(R_0^*\tilde{\eta}^{-1}\right)\right)^2}\left[-3+24R_0^{*2}\tilde{\eta}^{-2}+\right.$$

$$\left.+16R_0^{*4}\tilde{\eta}^{-4}+3\mathrm{ch}\left(4\tilde{\eta}^{-1}R_0^*\right)-8\tilde{\eta}^{-1}R_0^*\left(3+\tilde{\eta}^{-2}R_0^{*2}\right)\mathrm{sh}\left(2\tilde{\eta}^{-1}R_0^*\right)\right], \qquad (11)$$

здесь $\chi_0=-N_d e^2\pi^2 a_d^2/3^2 m^* c^2$.

Для сравнения выполним расчет ДВ D^--центра в полупроводниковой КТ. Волновая функция электрона, локализованного на короткодействующем потенциале в центре КТ, имеет следующий вид [6]:

$$\Psi\left(r^*\right)=\sqrt{\frac{2\eta_1^{-1}}{\mathrm{th}\left(\eta_1^{-1}R_0^*\right)-\eta_1^{-1}R_0^*\mathrm{csch}\left(\eta_1^{-1}R_0^*\right)}}\times$$

$$\times\left[\frac{\mathrm{ch}\left(\eta_1^{-1}r^*\right)}{r^*}-\frac{\mathrm{sh}\left(\eta_1^{-1}r^*\right)}{r^*}\frac{\mathrm{ch}\left(\eta_1^{-1}R_0^*\right)}{\mathrm{sh}\left(\eta_1^{-1}R_0^*\right)}\right], \qquad (12)$$

где $\eta_1=\sqrt{|E_\lambda|/E_d}$; E_λ – энергия связи D^--состояния, отсчитываемая от дна КТ.

ДВ определяется следующим выражением:

$$\chi_{q1} = -\frac{N_d e^2 a_d^2}{6m^* c^2} \int \Psi^*\left(r^*\right) r^{*2} \Psi\left(r^*\right) dr^* . \qquad (13)$$

Вычисление интеграла в (13) приводит к следующему выражению для χ_{q1}:

$$\chi_{q1} = \frac{\chi_0}{4} \cdot \frac{\eta_1^{-1}\left(\operatorname{csch}\left(\eta_1^{-1} R_0^*\right)\right)^2}{\operatorname{th}\left(\eta_1^{-1} R_0^*\right) - \eta_1^{-1} R_0^* \operatorname{csch}\left(\eta_1^{-1} R_0^*\right)} \times$$

$$\times\left(-4R_0^{*3} - 6\eta_1^2 R_0^* + 3\eta_1^3 \operatorname{sh}\left(2\eta_1^{-1} R_0^*\right)\right). \qquad (14)$$

Зависимость диамагнитной восприимчивости от второго потенциала ионизации и радиуса квантовой точки

На рис. 1 представлена зависимость отношения χ_{q2}/χ_{v2} ДВ двухэлектронного ПЦ в КТ χ_{q2} и объемном полупроводнике χ_{v2} от параметра η для различных значений радиуса КТ R_0^*. Величина χ_{q2} была рассчитана с использованием формулы (11), а формула для χ_{v2} была взята из работы [1]. Из рисунка видно, что ДВ нейтрального двухэлектронного ПЦ в КТ меньше соответствующей величины в объемном полупроводнике. При этом с уменьшением второго потенциала ионизации их отношение медленно возрастает, а с ростом радиуса КТ стремится к единице (ср. кривые *1* и *3*). На рис. 2 приведена зависимость отношения χ_{q2}/χ_{q1} ДВ двухэлектронного χ_{q2} и одноэлектронного χ_{q1} ПЦ в КТ от радиуса КТ R_0^* для различных значений параметров η и η_i, характеризующего мощность потенциала нулевого радиуса [6]. Величина χ_{q1} рассчитывалась с использованием формулы (14). Из рис. 2 видно, что величина ДВ нейтрального двухэлектронного ПЦ в КТ в несколько раз больше, чем величина ДВ одноэлектронного D^--центра и с ростом радиуса КТ это различие усиливается. Можно также видеть, что величина ДВ достаточно быстро убывает при переходе к более глубоким примесным центрам (ср. кривые *1*, *2*).

Заключение

В рамках модели потенциала нулевого радиуса для двухэлектронного примесного центра в КТ получена зависимость ДВ такого примесного центра от второго потенциала ионизации и радиуса КТ.

Показано, что наличие квантового размерного эффекта приводит к уменьшению ДВ как одноэлектронных, так и двухэлектронных ПЦ при переходе *объемный полупроводник – квантовая точка*. В КТ, характерный размер которых превышает боровский радиус экситона, вклад двухэлектронных ПЦ в диамагнитную восприимчивость может быть значительным.

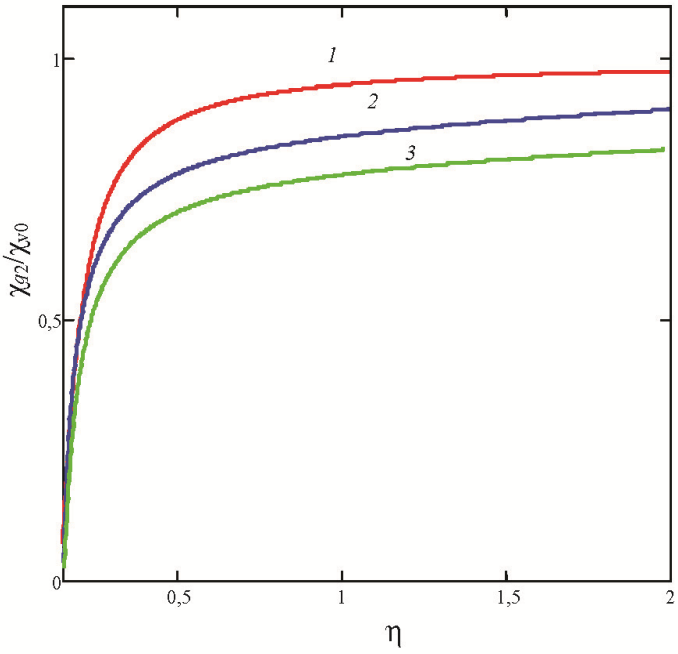

Рис. 1. Зависимость отношения χ_{q2}/χ_{v2} от параметра $\eta = \sqrt{E_d/|E_2|}$ для различных значений радиуса КТ R_0^*; кривые: *1* – 3; *2* – 2; *3* – 1

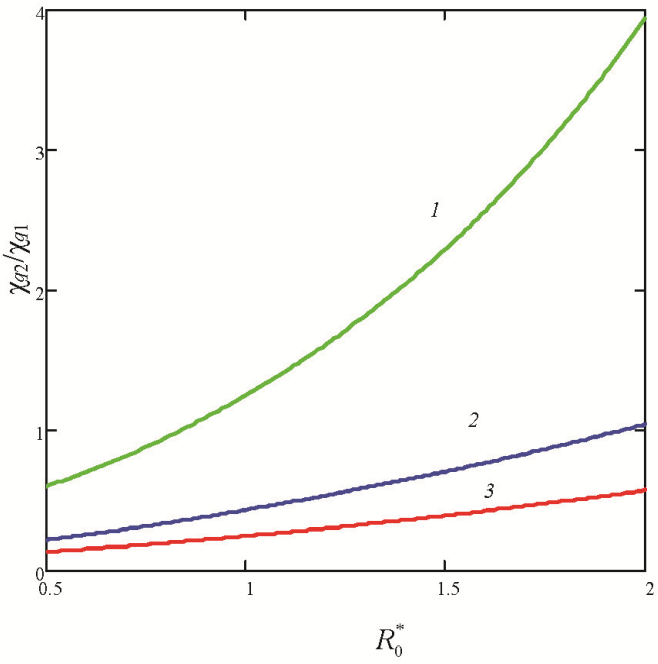

Рис. 2. Зависимость отношения χ_{q2}/χ_{q1} от радиуса КТ R_0^* для различных значений параметров η и η_i: кривые: *1* – $\eta = 1$, $\eta_i = 6$; *2* – $\eta = 1$, $\eta_i = 8$; *3* – $\eta = 0{,}5$, $\eta_i = 6$

Список литературы

1. **Белорусец, Е. Д.** Диамагнетизм двухэлектронных глубоких примесных центров в полупроводниках / Е. Д. Белорусец, Э. З. Имамов, Б. Р. Маматкулов // Физика и техника полупроводников. – 1982. – Т. 16, № 1. – С. 89–92.
2. **Imamov, E. Z.** On Diamagnetism of Deep Impurities in Quantized Semiconductor Film / E. Z. Imamov, V. D. Krevchik // Phys. St. Sol. (b). – 1982. – Vol. 114. – P. 201–207.
3. **Кревчик, В. Д.** Двойная фотоионизация двухэлектронных примесных центров в квазинульмерных наноструктурах / В. Д. Кревчик, А. В. Разумов, П. С. Будянский // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Физико-математические науки. – 2014. – № 3 (31). – С. 228–240.
4. **Гринберг, А. А.** Об энергетическом спектре многозарядных примесных центров в полупроводниках / А. А. Гринберг, Е. Д. Белорусец // Физика и техника полупроводников. – 1978. – Т. 12, № 10. – С. 1970–1978.
5. **Флюгге, З.** Задачи по квантовой механике / З. Флюгге. – М. : Мир, 1974. – Т. 1.
6. **Кревчик, В. Д.** Энергетический спектр и оптические свойства комплекса квантовая точка – примесный центр / В. Д. Кревчик, А. В. Левашов // Физика и техника полупроводников. – 2002. – Т. 36, № 2. – С. 216–220.

References

1. Belorusets E. D., Imamov E. Z., Mamatkulov B. R. *Fizika i tekhnika poluprovodnikov* [Physics and technology of semiconductors]. 1982, vol. 16, no. 1, pp. 89–92.
2. Imamov E. Z., Krevchik V. D. *Phys. St. Sol. (b)*. 1982, vol. 114, pp. 201–207.
3. Krevchik V. D., Razumov A. V., Budyanskiy P. S. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Povolzhskiy region. Fiziko-matematicheskie nauki* [University proceedings. Volga region. Physical and mathematical sciences]. 2014, no. 3 (31), pp. 228–240.
4. Grinberg A. A., Belorusets E. D. *Fizika i tekhnika poluprovodnikov* [Physics and technology of semiconductors]. 1978, vol. 12, no. 10, pp. 1970–1978.
5. Flyugge Z. *Zadachi po kvantovoy mekhanike* [Problems on quantum mechanics]. Moscow: Mir, 1974, vol. 1.
6. Krevchik V. D., Levashov A. V. *Fizika i tekhnika poluprovodnikov* [Physics and technology of semiconductors]. 2002, vol. 36, no. 2, pp. 216–220.

Кревчик Владимир Дмитриевич
доктор физико-математических наук, профессор, декан факультета приборостроения, информационных технологий и электроники, Пензенский государственный университет (Россия, г. Пенза, ул. Красная, 40)

E-mail: physics@pnzgu.ru

Krevchik Vladimir Dmitrievich
Doctor of physical and mathematical sciences, professor, dean of the faculty of instrument engineering, information technology and electronics, Penza State University (40 Krasnaya street, Penza, Russia)

Разумов Алексей Викторович
кандидат физико-математических наук, доцент, кафедра общей физики и методики обучения физике, Пензенский государственный университет (Россия, г. Пенза, ул. Красная, 40)

E-mail: physics@pnzgu.ru

Razumov Aleksey Viktorovich
Candidate of physical and mathematical sciences, associate professor, sub-department of general physics and physics teaching technique, Penza State University (40 Krasnaya street, Penza, Russia)

Будянский Павел Сергеевич
аспирант, Пензенский государственный университет (Россия, г. Пенза, ул. Красная, 40)

Budyanskiy Pavel Sergeevich
Postgraduate student, Penza State University (40 Krasnaya street, Penza, Russia)

E-mail: physics@pnzgu.ru

УДК 535.8; 537.9; 539.33

Кревчик, В. Д.

Диамагнетизм двухэлектронных примесных центров в полупроводниковых квантовых точках / В. Д. Кревчик, А. В. Разумов, П. С. Будянский // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Физико-математические науки. – 2015. – № 1 (33). – С. 110–119.